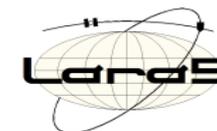
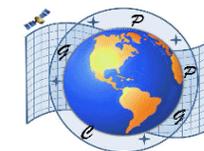




# X COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS

UFPR - Departamento de Geomática  
Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas



## SESSÃO: MODERNIZAÇÃO DO SISTEMA VERTICAL DE REFERÊNCIA DO BRASIL (SVRB)

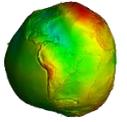
### Método iterativo para obtenção de Altitudes Normais a partir de Observações Gravimétricas e Altitudes “Ortométricas”

*Eurico Nicacio<sup>1</sup>, José Carrión<sup>2</sup>, Silvio de Freitas<sup>1</sup> e Regiane Dalazoana<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas (PPGCG), Curitiba-PR, Brasil

<sup>2</sup> Instituto Geográfico Militar, Departamento de Geodesia, Quito, Equador

# Introdução



## ▶ Contextualização

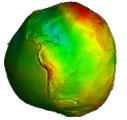
### ▶ Modernização de Sistemas Verticais de Referência

- ▶ Resolução n.º1/2015 IAG – “for the definition and realization of an International Height Reference System (IHRIS)”
- ▶ Resolução n.º2/2015 IAG – “for the establishment of a global absolute gravity reference system”;

### ▶ IHRIS:

$$C_P = -\Delta W_P = W_0 - W_P \left\{ \begin{array}{l} C_{P_i} = W_{0_i} - W_P = \int_{0_i}^P g \, dn \cong \sum g_{m_j} \Delta n_j \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{Niv + Grav}} \\ \xrightarrow{\text{SVR Particular}} \end{array} \\ C_P - C_{P_i} = W_0 - W_{0_i} = \delta W_i \cong [W_0 - (U_P + T_P)] - \sum g_{m_j} \Delta n_j \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{Offset em relação ao IHRIS}} \\ \xrightarrow{\text{Solução do PVCG}} \end{array} \end{array} \right.$$

# Introdução

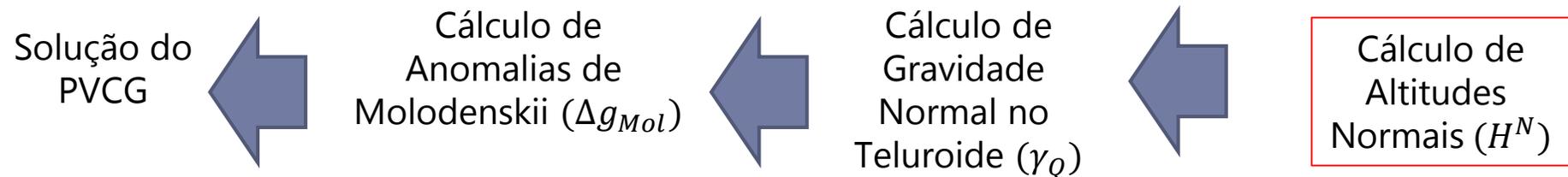


## ▶ Contextualização

### ▶ Modernização de Sistemas Verticais de Referência

#### ▶ PVCG: na atualidade, soluções escalar livre e fixada

- **Solução escalar livre** (1º PVCG) – conhecidos  $\varphi, \lambda, W$  e  $g$ ; desconhecido  $h$  – cálculo mediante  $\Delta g$

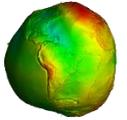


- **Solução fixada** (2º PVCG) – conhecidos  $\varphi, \lambda, h$  e  $g$ ; desconhecido  $W$  – cálculo mediante  $\delta g$



Adicionalmente, a adoção de um sistema de altitudes normais ( $H^N$ ) soluciona o problema da determinação do valor médio da gravidade sem a realização de assunções sobre a distribuição de massas ao longo da linha vertical, assunções estas que são exigidas, por exemplo, quando do uso de altitudes ortométricas ( $H^{Ort}$ ).

# Introdução



## ▶ Motivação

### ▶ Abordagens atuais

▶ Obtenção a partir de CP :  $H^N = \frac{C_P}{\bar{\gamma}}$

$$\square \bar{\gamma} = \gamma_0 \left[ 1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) H^N + 3 \left( \frac{H^N}{a} \right)^2 \right]$$

$$\square C_P = W_0 - W_P ; W_P = U_P + T_P ; T_P = T_{MGG} + T_{RTM} ; T = \zeta * \gamma$$

□ Incertezas dos MGGs + Efeito indireto do DVL;

▶ Aproximação a partir de altitudes niveladas:  $H^N \cong H^{Ort} \cong H^{Niv}$

□ Aproximação não-ideal;

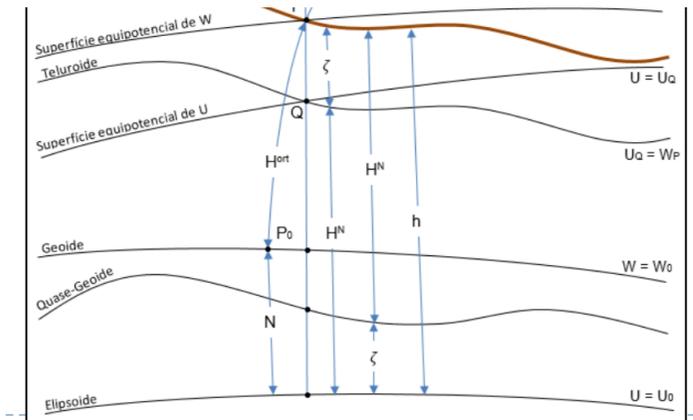
▶ Imprecisões nos resultados demanda outra solução!

$$\gamma_0 = \frac{a \gamma_e \cos^2 \varphi + b \gamma_p \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \text{ e } m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$$

n n'

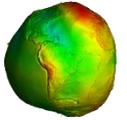
Table 2.5. Numerical comparison between GRS 1980 and WGS 84

Parameter	GRS 1980	WGS 84
$GM$	$3\,986\,005 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$	$3\,986\,004.418 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
$1/f$	298.257 222 101	298.257 223 563
$b$	6 356 752.3141 m	6 356 752.3142 m
$e^2$	0.006 694 380 022 90	0.006 694 379 990 14
$e'^2$	0.006 739 496 775 48	0.006 739 496 742 28
$E$	521 854.0097 m	521 854.0084 m
$c$	6 399 593.6259 m	6 399 593.6258 m
$U_0$	$62\,636\,860.850 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$	$62\,636\,851.7146 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$
$\gamma_a$	$9.780\,326\,7715 \text{ m s}^{-2}$	$9.780\,325\,3359 \text{ m s}^{-2}$
$\gamma_b$	$9.832\,186\,3685 \text{ m s}^{-2}$	$9.832\,184\,9378 \text{ m s}^{-2}$
$m$	0.003 449 786 003 08	0.003 449 786 506 84



# Introdução

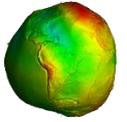
---



## ▶ Objetivo

Desenvolver e disponibilizar publicamente um algoritmo alternativo para cálculo de altitudes normais ( $H^N$ ), realizado a partir de observações de gravimetria terrestre ( $g_{obs}$ ) e altitudes ortométricas/niveladas ( $H^{Ort}$ ) em pontos de interesse, juntamente com suas respectivas coordenadas geodésicas (latitude  $\varphi$  e longitude  $\lambda$ ).

# Metodologia empregada



## ▶ Expressões básicas:

$$\bar{\gamma} = \gamma_0 \left[ 1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) H^N + 3 \left( \frac{H^N}{a} \right)^2 \right] \longrightarrow \text{Fórmula rigorosa para redução de } \gamma$$

$$\text{▶ } N - \zeta \cong \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H^{\text{Ort}} = H^{\text{Ort}} - H^N$$

$$\text{▶ } \Delta g_B = (g - A_B + F) - \gamma_0 = g_{\text{obs}} - 2\pi G \rho H + 0,3086H - \gamma_0 \Rightarrow \Delta g_B = g_{\text{obs}} + 0,1967H - \gamma_0$$

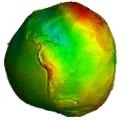
$$\text{▶ } H^N = H^{\text{Ort}} - \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H^{\text{Ort}} \Rightarrow H^N = H^{\text{Ort}} \left( 1 - \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} \right)$$

$$\text{▶ } H^{\text{Ort}} \cong H^{\text{NOrt}} \Rightarrow H^{\text{informada}}$$

$$H^N = H^{\text{Ort}} \left( 1 - \frac{g_{\text{obs}} + 0,1967H - \gamma_0}{\bar{\gamma}} \right)$$

## ▶ Iterar resultados até atingir diferença limite em relação à iteração anterior ( $10^{-12} \text{ m}$ )

# Metodologia empregada

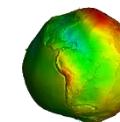


$$\boxed{\bar{\gamma}} = \gamma_0 \left[ 1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \boxed{H^N} + 3 \left( \frac{\boxed{H^N}}{a} \right)^2 \right] \Leftrightarrow \boxed{H^N} = H^{\text{Info}} \left( 1 - \frac{g_{\text{obs}} + 0,1967H - \gamma_0}{\boxed{\bar{\gamma}}} \right)$$

The diagram shows a mathematical derivation with feedback loops. A blue box around  $\bar{\gamma}$  on the left has a line that goes down and then right to a blue box around  $\bar{\gamma}$  in the denominator of the second equation. Green boxes around  $H^N$  and  $\left(\frac{H^N}{a}\right)^2$  in the first equation have lines that go up and then right to a green box around  $H^N$  in the numerator of the second equation.

- ▶ Alinhamento com atuais pressupostos apresentados no início;
- ▶ Compatível com operações de nivelamento associadas com gravimetria (Niv/Grav);
- ▶ Livre de incertezas que seriam associadas a MGGs, por exemplo;
- ▶ Viabiliza estimativa de efeito indireto do *datum* vertical adotado;
- ▶ Inserção de *feature* para cálculo de Número Geopotencial no SVR Particular ( $C_{P_i}$ ).

# Implementação



## Modelo de *input*

$id \mid Lat \mid Long \mid H^{info} \mid g_{obs}$

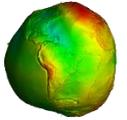
modelo_input.dat						
1	1	37.065000	253.051670	2221.10	979220.342	
2	2	37.057170	252.963330	2129.00	979239.468	
3	3	37.031670	253.181670	2261.30	979223.899	
4	4	37.027670	252.621670	1854.50	979277.061	
5	5	37.027670	252.783330	1896.90	979277.049	
6	6	37.027670	253.231670	2316.80	979208.156	
7	7	37.022170	252.841670	1928.80	979276.759	
8	8	37.022170	253.283330	2392.10	979189.149	
9	9	37.021330	252.658330	1857.20	979276.801	
10	10	37.020500	253.125000	2218.90	979233.246	
11	11	37.016500	252.596670	1830.40	979282.165	
12	12	37.015830	253.078330	2156.20	979237.005	
13	13	37.015000	252.691670	1868.90	979276.770	
14	14	37.009330	253.193330	2294.20	979213.683	
15	15	37.008670	251.670000	2017.80	979283.655	
16	16	37.005500	252.726670	1883.10	979277.012	
17	17	36.999000	257.000000	1345.40	979484.352	
18	18	36.998330	251.810000	1831.20	979321.162	
19	19	36.998330	251.893330	1839.20	979310.708	
20	20	36.998330	252.133330	1820.30	979296.054	
21	21	36.998330	253.091670	2152.20	979236.517	
22	22	36.995170	251.246670	1561.00	979407.810	
23	23	36.995170	252.350000	2142.40	979221.352	
24	24	36.992830	253.333330	2564.60	979148.716	
25	25	36.992830	257.483330	1246.70	979511.269	
26	26	36.992830	257.736670	1133.20	979545.708	
27	27	36.991170	253.219500	2377.70	979188.949	
28	28	36.991170	257.163330	1292.70	979494.555	

## Modelo de *output*

$id \mid Lat \mid Long \mid H^{info} \mid g_{obs} \mid H^N \mid C_P$   $\xrightarrow{\text{Res. nº1/2015 IAG}}$   $\text{m}^2/\text{s}^2$

modelo_output.dat							
1	1	37.065000	253.051670	2221.10	979220.342	2221.6760531618	2176.2840729478
2	2	37.057170	252.963330	2129.00	979239.468	2129.5484842692	2086.0676033339
3	3	37.031670	253.181670	2261.30	979223.899	2261.8533299332	2215.6199034153
4	4	37.027670	252.621670	1854.50	979277.061	1855.0039403286	1817.2024578942
5	5	37.027670	252.783330	1896.90	979277.049	1897.3993392474	1858.7215131882
6	6	37.027670	253.231670	2316.80	979208.156	2317.3775079647	2269.9884927616
7	7	37.022170	252.841670	1928.80	979276.759	1929.2950144848	1889.9565939782
8	8	37.022170	253.283330	2392.10	979189.149	2392.7053635340	2343.7470023034
9	9	37.021330	252.658330	1857.20	979276.801	1857.7031158272	1819.8448321791
10	10	37.020500	253.125000	2218.90	979233.246	2219.4384715721	2174.0843869802
11	11	37.016500	252.596670	1830.40	979282.165	1830.8948967090	1793.5897407687
12	12	37.015830	253.078330	2156.20	979237.005	2156.7412304086	2112.6883358868
13	13	37.015000	252.691670	1868.90	979276.770	1869.4009055514	1831.2998307149
14	14	37.009330	253.193330	2294.20	979213.683	2294.7656068422	2247.8433345920
15	15	37.008670	251.670000	2017.80	979283.655	2018.2651821974	1977.0825961839
16	16	37.005500	252.726670	1883.10	979277.012	1883.5972915143	1845.2011948777
17	17	36.999000	257.000000	1345.40	979484.352	1345.6149992535	1318.2962653528
18	18	36.998330	251.810000	1831.20	979321.162	1831.6189712291	1794.2959649852
19	19	36.998330	251.893330	1839.20	979310.708	1839.6374747189	1802.1488000625
20	20	36.998330	252.133330	1820.30	979296.054	1820.7671152934	1783.6682851182
21	21	36.998330	253.091670	2152.20	979236.517	2152.7396862787	2108.7665800663
22	22	36.995170	251.246670	1561.00	979407.810	1561.3033194612	1529.5532122146
23	23	36.995170	252.350000	2142.40	979221.352	2142.9740104719	2099.2030222157
24	24	36.992830	253.333330	2564.60	979148.716	2565.2593855039	2512.6955165517
25	25	36.992830	257.483330	1246.70	979511.269	1246.8889941150	1221.5929188618
26	26	36.992830	257.736670	1133.20	979545.708	1133.3577738775	1110.3847939387
27	27	36.991170	253.219500	2377.70	979188.949	2378.3025411194	2329.6377571786
28	28	36.991170	257.163330	1292.70	979494.555	1292.9058934904	1266.6668937848

# Disponibilização

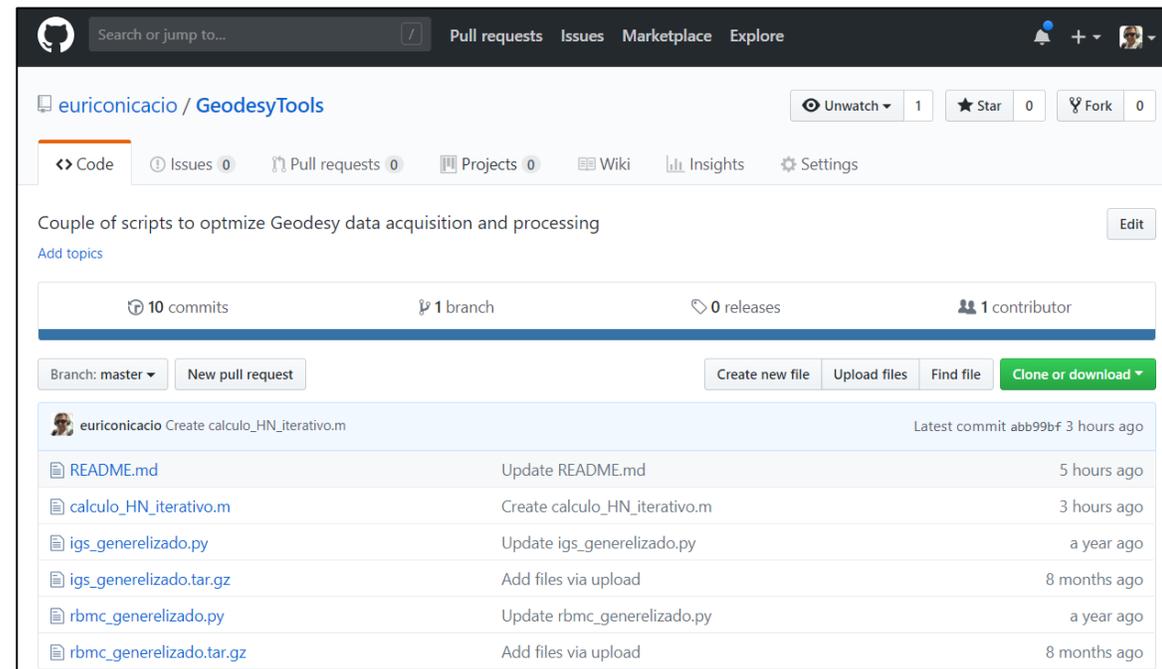


- ▶ Disponível atualmente em MATLAB e Python;  License
- ▶ Livre acesso em <https://github.com/euriconicacio/GeodesyTools> juntamente com outras rotinas e aplicações:

- ▶ *SPGG v 2.0*

- ▶ *RBMC / IGS Data Downloader*

- ▶ Use, reuse, compartilhe!



euriconicacio / GeodesyTools

Couple of scripts to optimize Geodesy data acquisition and processing

10 commits 1 branch 0 releases 1 contributor

File	Commit Message	Time
euriconicacio	Create calculo_HN_iterativo.m	Latest commit abb99bf 3 hours ago
README.md	Update README.md	5 hours ago
calculo_HN_iterativo.m	Create calculo_HN_iterativo.m	3 hours ago
igs_generelizado.py	Update igs_generelizado.py	a year ago
igs_generelizado.tar.gz	Add files via upload	8 months ago
rbmc_generelizado.py	Update rbmc_generelizado.py	a year ago
rbmc_generelizado.tar.gz	Add files via upload	8 months ago

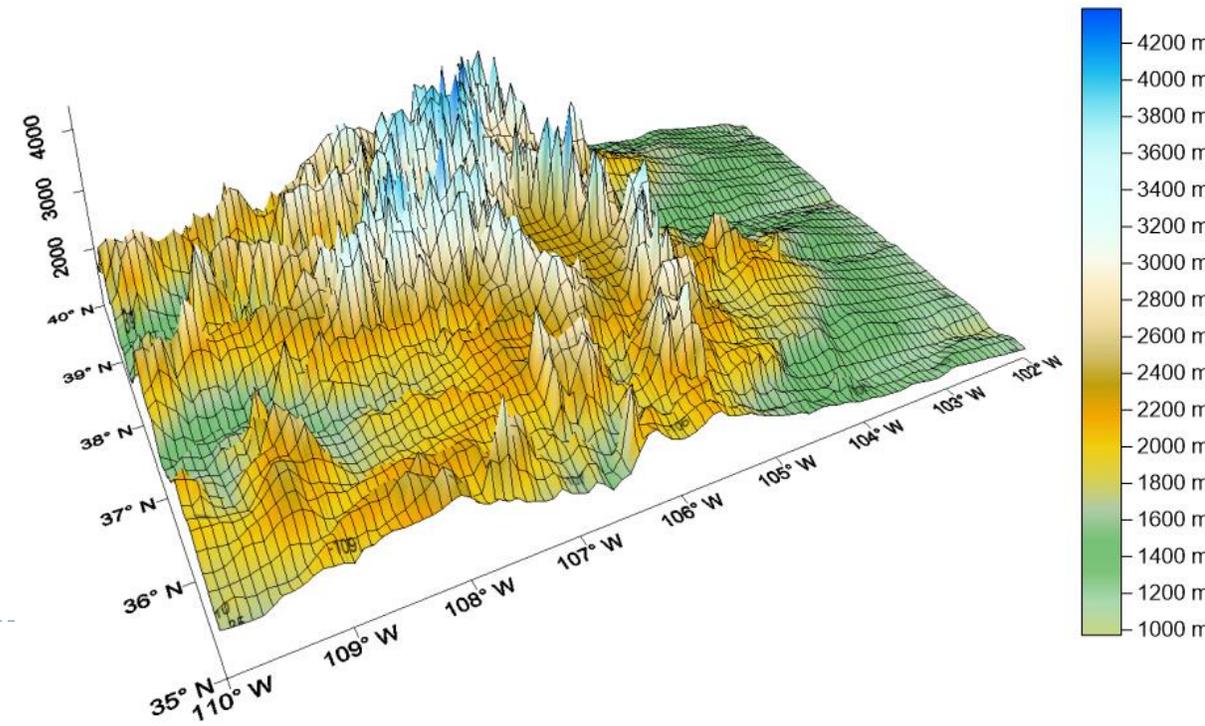
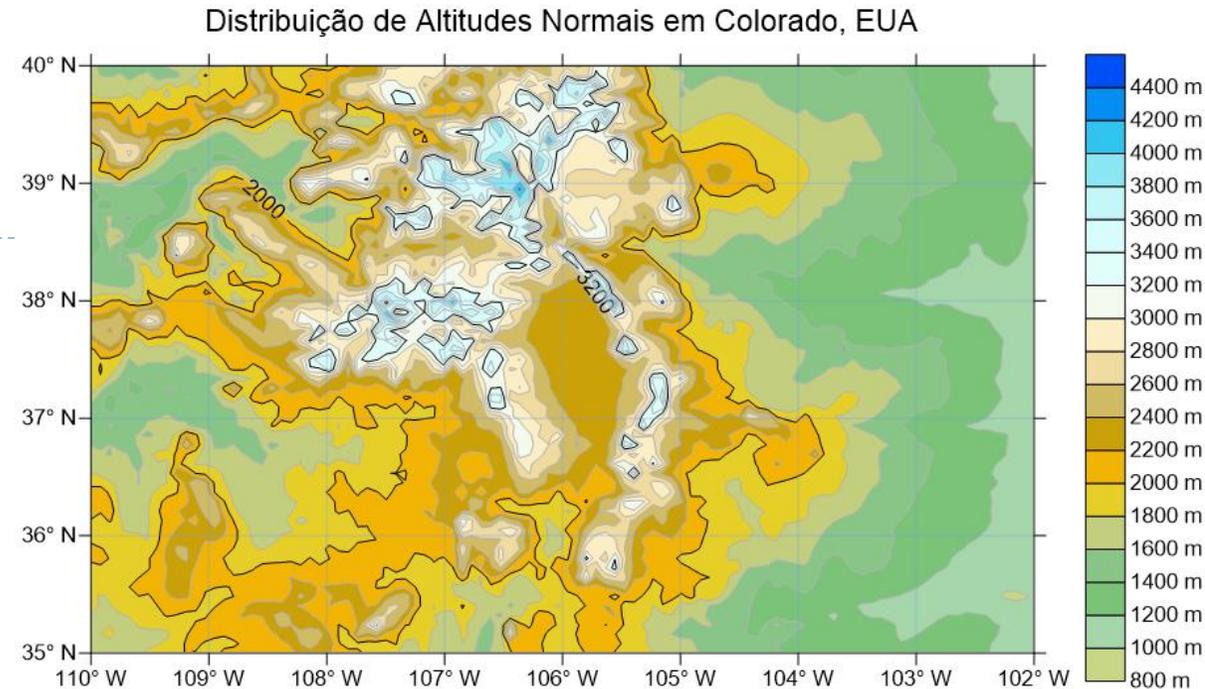
# Emprego

## ▶ Exemplo: Experimento Colorado

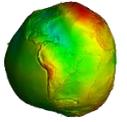
### ▶ Equipe LARAS

- ▶ Prof. Dr. Silvio de Freitas (Coordenador)
- ▶ Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Regiane Dalazoana
- ▶ Prof. Dr. Vagner Ferreira
- ▶ Dr. José Carrión
- ▶ Eurico Nicacio

- ▶ Solução do PVCG em determinado número de pontos na região de Colorado, nos Estados Unidos;
- ▶ Desenvolvimento livre mediante condições limitantes;
- ▶ Emprego do método iterativo extensivo a ~60 mil estações dotadas de  $H^{Ort}$  (MSL) e  $g_{obsi}$



# Conclusão e Reflexões

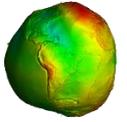


- ▶ Colaboração com a otimização de processamento de dados de interesse da Geodesia;
- ▶ Trabalho alinhado com recomendações da IAG sobre o tema;
- ▶ Algoritmo desenvolvido e disponibilizado livremente (código inclusive) para o uso da comunidade;
- ▶ Processamento relacionado com atuais atividades de densificação de gravimetria sobre RN;
- ▶ Resultados obtidos apresentam validação matemática “inviável”; entretanto:
  - ▶ Apresentam forte embasamento teórico o qual está plenamente validado neste sentido;
  - ▶ Estão livres de incertezas que seriam associadas a MGGs, por exemplo;
  - ▶ Viabilizam estimativa de efeito indireto do *datum* vertical adotado;
- ▶ “Qualidade” dos resultados limitada à “qualidade” de informações de entrada [ $\varphi, \lambda, g_{obs}$  e  $H^{Inf0}$ ].

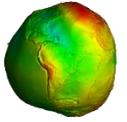
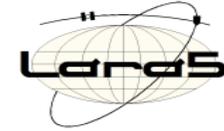
# Referências Bibliográficas

- ▶ FERREIRA, V. G. et al. A separação entre o geóide e o quase-geóide: uma análise no contexto brasileiro. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 63, p. 39–50, 2011.
- ▶ HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. *Geodesia Física*. Madrid, 1985.
- ▶ HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. *Physical Geodesy*. 2nd. ed. Graz, Austria : Springer-Verlag Wien, 2006.
- ▶ IAG. *Resolution (No. 1) for the definition and realization of an International Height Reference System (IHR)*. München, Alemanha, 2015.
- ▶ IAG. *Resolution (No. 2) for the establishment of a global absolute gravity reference system*. München, Alemanha, 2015.
- ▶ MOREIRA, R. M. *Conexão de Sistemas Verticais de Referência Locais ao Sistema Geodésico Brasileiro com base em um Sistema Vertical de Referência Global*. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.
- ▶ NICACIO, E. L. *Alternativa para Determinação de Altitudes Normais-Ortométricas na Amazônia Legal Brasileira*. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2017.
- ▶ SÁNCHEZ, J. L. C. S. *Vínculo do Datum Vertical Equatorial ao International Height Reference System (IHR)*. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2017.
- ▶ TORGE, W. *Geodesy*. 3rd completely rev. and extended ed. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 2001.

# Agradecimentos



- ▶ Exército Brasileiro – DCT / DSG;
- ▶ PPGCG/UFPR;
- ▶ Prof. Dr. Silvio Rogério Correia de Freitas e Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Regiane Dalazoana (UFPR);
- ▶ Dr. José Luis Carrión Sánchez;
- ▶ Organizadores Experimento Colorado;
- ▶ Organizadores X CBCG.



Muito obrigado!

Cap QEM/Cart Eurico **Nicacio**, MSc.

[[euriconicaciojr@gmail.com](mailto:euriconicaciojr@gmail.com)]

