UMA NOVA PROPOSTA PARA OS CRITÉRIOS DE QUALIDADE DE REDES GEODÉSICAS

Ivandro Klein, Marcelo Tomio Matsuoka, Matheus Pereira Guzatto,

Felipe Geremia Nievinski, Mauricio Roberto Veronez, Vinicius Francisco Rofatto

ivandroklein@gmail.com

Curitiba, 07 de Junho de 2018

INTRODUÇÃO

- **Planejamento** de redes geodésicas: diversos trabalhos desde **Helmert (1868)**

- Entretanto, sobre a **definição** adequada dos **critérios de qualidade**, alguns temas necessitam de **maior investigação**, como por exemplo:

- **Múltiplos *outliers*** (simultâneos) nas observações;

- **Poder do teste** do *Data Snooping* (DS) para **múltiplas hipóteses alternativas**

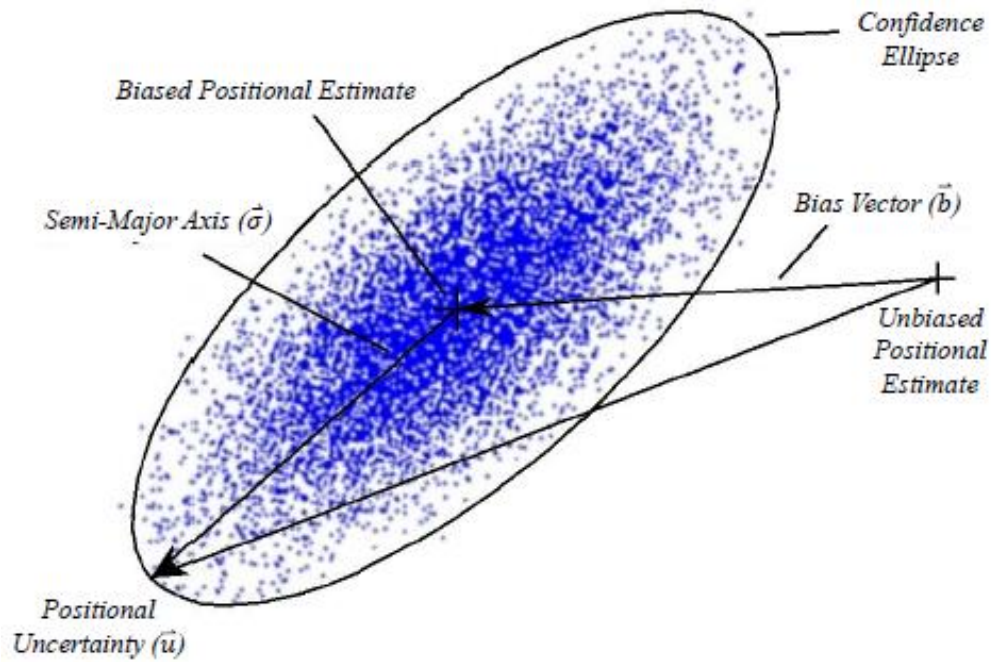
- Dentro deste contexto, o **objetivo** deste trabalho é propor **novos critérios de qualidade**, bem como uma **nova relação matemática** entre estes

Critérios propostos: incerteza posicional máxima (u_{max})

- Relativa a **cada vértice** da rede

- Relativa a um **nível de confiança** (*CL*)

- Exemplo: $u_{max} = 5\ cm$ ($CL = 0{,}99$)



- **Novidade**: combina efeitos de **precisão** (σ) e **de tendência** (b) em um **critério único** (u_{max}), seguindo a recomendação de Vanícek et al. (1996)

- Caso **mais crítico**: σ e b são **paralelos** e orientados no **mesmo sentido**, onde:

  - $u_{max} = |\ b\ | + \sigma$ (para **cada coordenada** de cada vértice da rede)

Critérios propostos: número máximo admissível de *outliers* não detectados (q_{max})

- Número de *outliers* não detectados pelo **procedimento *Data Snooping*** (DS)

- Este critério é definido de tal forma que os vértices da rede geodésica ainda **atendem ao critério de u_{max}**, dentro do **nível de confiança** (*CL*) estipulado

- Em outras palavras, q_{max} têm **relação direta** com a componente de **tendência** (*b*) da incerteza posicional máxima (exemplo: $q_{max} = 2$ em $u_{max} = | b | + \sigma$)

- q_{max} é assunto de **intensa investigação** no **controle de qualidade** (CQ) em Geodésia (Knight et al., 2010; Lehmann et al., 2017; Klein et al., 2017 e etc.)

- **Novidade**: considerar **o caso mais realista** (menor conservador) onde $\boldsymbol{q > 1}$ na etapa de **planejamento**, seguindo a recomendação de Knight et al. (2010)

Critérios propostos: níveis de confiabilidade (r_{min}) e homogeneidade (Δr_{min})

- **Confiabilidade**: relacionada a correta **identificação de *outliers*** nas observações

- Largamente utilizada como **critério de qualidade** no **planejamento** de redes geodésicas, como em Kuang (1991, 1996); Simkooei (2001a, 2001b, 2012)

- **Homogeneidade**: "credo do elo mais fraco" (Vanícek et al., 1990)

- **Planejamento** de redes: **homogeneidade** das **observações** em termos de **confiabilidade**, como em Simkoeei (2004); Simkoeei e Sharifi (2004)

- **Novidade**: utilizar **medidas de confiabilidade** para **múltiplos *outliers*** simultâneos ($q_{max} \geq 1$), **ao invés do caso convencional** com $q = 1$

Critérios propostos: poder do teste mínimo do DS (γ_{min})

- Relativo ao **procedimento DS**, onde $q = 1$ (**processo iterativo** de CQ)

- Por exemplo, $\gamma_{min} = 0{,}80$ (**nível de probabilidade** associado ao **Erro Tipo II**)

- O **poder do teste mínimo** é tema de **intensa pesquisa** na análise de redes geodésicas, como em Vanícek et al. (1990), Kuang (1996), Even-Tzur (2002)

- **Novidade**: aqui, o poder do teste mínimo do DS é considerado no **caso real**, isto é, no cenário para **múltiplas (*n*) hipóteses alternativas**

- Logo, aqui o γ_{min} considera ainda o **Erro Tipo III**, seguindo a recomendação de Yang et al. (2013) de aplicar esta abordagem em **problemas reais** (*n* elevado)

Nova relação matemática entre os critérios de qualidade

- Cálculo dos **números de confiabilidade** para $\boldsymbol{q = q_{max}}$ *outliers* simultâneos:

$$\bar{r}_i^q = c_i^T \Sigma_y c_i c_i^T W R c_i \left[1 - \rho^2_{(c_i,c_j)}\right], \rho_{(c_i,c_j)} = \frac{c_i^T W R C_j}{\sqrt{c_i^T W R c_i}\sqrt{C_j^T W R C_j}}, -1 \leq \rho_{(c_i,c_j)} \leq 1$$

com $\boldsymbol{\Sigma_y}$ = MVC das observações, $\boldsymbol{W}$ = matriz peso, $\boldsymbol{R} = \Sigma v\ W$ (Σ_v = MVC dos resíduos) e o **modelo de erro dado por** $C_q = [c_i\ C_j]_{n \times q}$

- Como há $\binom{\boldsymbol{n-1}}{\boldsymbol{q-1}}$ números de confiabilidade ($\bar{r}_i^q$) para cada observação, têm-se os seguintes **critérios de confiabilidade e homogeneidade**:

$$\left\lfloor \bar{r}_i^q \right\rfloor \geq r_{min} \text{ (exemplo: } r_{min} = 0{,}4\text{)},$$

$$\left\lfloor \bar{r}_i^q \right\rfloor - \left\lfloor \bar{r}_j^q \right\rfloor \leq \Delta r_{min} \text{ (exemplo: } \Delta r_{min} = 0{,}2\text{)}$$

Nova relação matemática entre os critérios de qualidade

- Cálculo da **componente de precisão** dos vértices da rede:

$$\lceil s \rceil = \pm\sqrt{d \cdot F_{d;n-m;\alpha_0}} \cdot \lceil s_p \rceil$$

com ***d*** = dimensão espacial da rede, $\boldsymbol{F_{d;\,n\text{-}m,\,\alpha 0}}$ = valor crítico na distribuição *F* com *d* graus de liberdade no numerador, *n* - *m* graus de liberdade no denominador e nível de significância $\boldsymbol{\alpha_0 = 1 - CL}$; $\lceil \boldsymbol{s_p} \rceil$ = semi-eixo maior máximo da elipse (*d = 2*) ou elipsóide de erros (*d = 3*) ou desvio-padrão máximo dos vértices (*d = 1*)

- Considerando o **caso mais crítico**, a componente de **tendência** se torna:

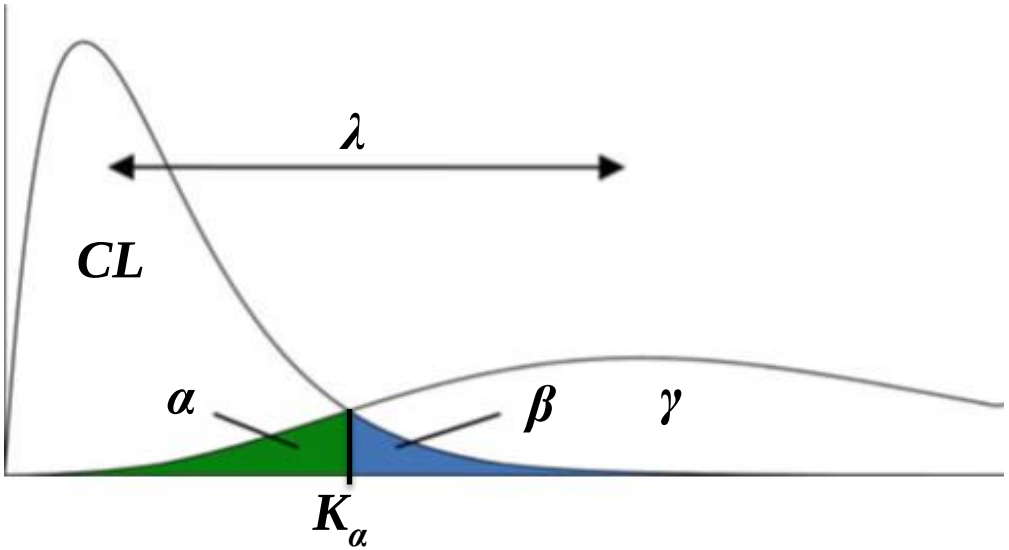
$$\lfloor b \rfloor = u_{max} - \lceil \sigma \rceil$$

Nova relação matemática entre os critérios de qualidade

- Cálculo do **parâmetro de não centralidade do modelo** (para cada coordenada):

$$(\lambda_{0k}\,(C_q^T W \Sigma_v W C_q)^{-1} C_q^T W A (A^T W A)^{-1} c_{x_k}^T c_{x_k} (A^T W A)^{-1} A^T W C_q) v_k = \Lambda_k v_k$$

onde ***A*** é a matriz *design*, $\boldsymbol{c_{\hat{x}_k}}$ é o vetor unitário de dimensão *m×1* relativo à *k*-ésima coordenada, $\boldsymbol{\Lambda}$ é o autovalor ($\Lambda = \lfloor b \rfloor^2$) e $\boldsymbol{v}$ é o autovetor correspondente



- Para q_{max} *outliers* há $\binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{q}}$ valores de λ_{0k} para **cada coordenada**, com $\mathbf{m} \cdot \binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{q}}$ valores para λ_{0k} ao todo

- Considerando o **caso mais crítico**, têm-se $\lfloor \lambda_0 \rfloor = \lfloor \lambda_{0k} \rfloor$

Nova relação matemática entre os critérios de qualidade

- Cálculo do **poder do teste do DS** para **apenas uma hipótese alternativa**:

Algoritmo inverso adaptado de **Aydin e Demirel (2004)**: $\lfloor\gamma_0\rfloor = f(\lfloor\lambda_0\rfloor, q = 1, \alpha_0)$

- **Coeficiente de correlação** entre as **estatísticas de teste** do DS (w_i e w_j): $\rho_{(i,j)}$

- Cálculo **iterativo** do **parâmetro de não centralidade da distribuição normal** $\delta_0 = \sqrt{\lambda_0}$ para cada **par de estatísticas de teste** (w_i e w_j), em função do **valor crítico** $Z_{\alpha_0/2}$ e do **poder do teste** para apenas **uma hipótese alternativa** ($\lfloor\gamma_0\rfloor$):

$$\lfloor\gamma_0\rfloor = \iint_{|w_j|>|z_{\alpha 0/2}|,\, |w_i|>|w_j|} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_{(i,j)}^2}} e^{-\frac{1}{2\left(1-\rho_{(i,j)}^2\right)}\left[(w_i-\delta_0)^2-2\rho_{(i,j)}(w_i-\delta_0)\left(w_j-\rho_{(i,j)}\delta_0\right)+\left(w_j-\rho_{(i,j)}\delta_0\right)^2\right]} dw_i dw_j$$

Nova relação matemática entre os critérios de qualidade

- Cálculo do **Erro Tipo II** e **Erro Tipo III** para **duas hipóteses alternativas** (*i* e *j*):

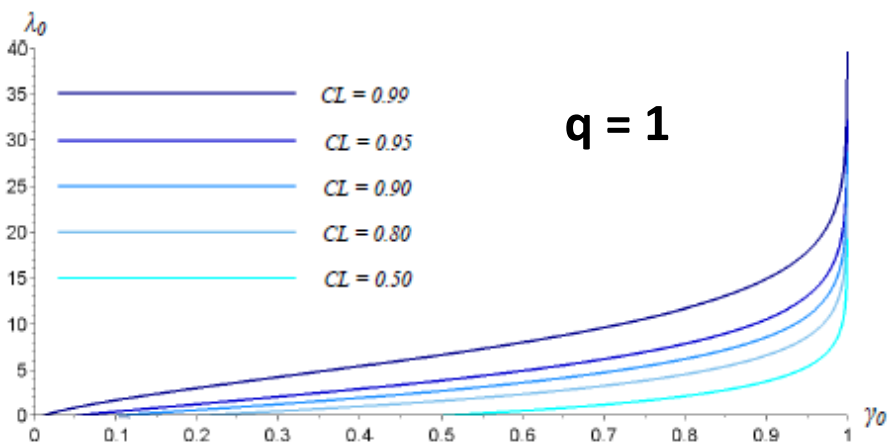
$$\beta_{(i,0)} = \iint_{|w_i|\le|z_{\alpha 0/2}|,\,|w_j|\le z_{\alpha 0/2}} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_{(i,j)}^2}} e^{-\frac{1}{2\left(1-\rho_{(i,j)}^2\right)}\left[(w_i-\delta_0)^2-2\rho_{(i,j)}(w_i-\delta_0)\left(w_j-\rho_{(i,j)}\delta_0\right)+\left(w_j-\rho_{(i,j)}\delta_0\right)^2\right]} dw_i dw_j$$

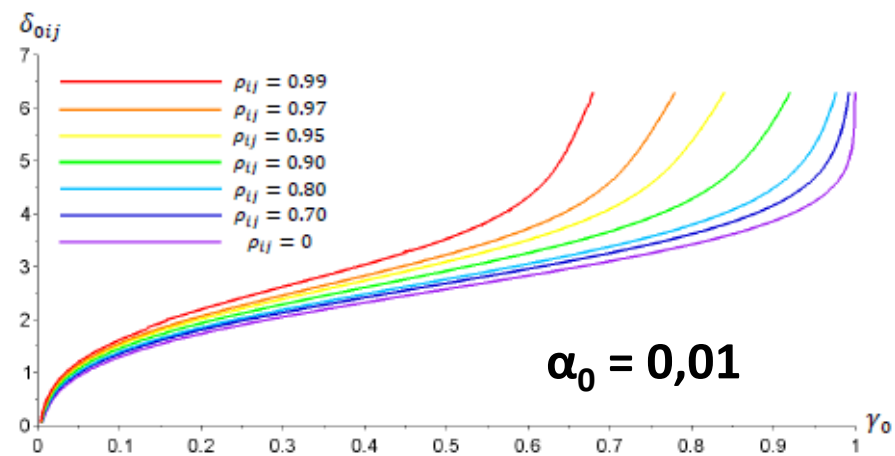
$$\kappa_{ij} = (1-\lfloor\gamma_0\rfloor) - \beta_{(i,0)}$$

- Cálculo do **poder do teste mínimo** do DS para **múltiplas hipóteses alternativas**:

$$\gamma_i \ge 1 - \left(\lfloor\beta_{ij}\rfloor + \sum_{j=1,j\ne i}^{n} \kappa_{ij}\right),\ \lfloor\gamma\rfloor = \lfloor\gamma_i\rfloor \text{ (verificar se } \lfloor\gamma\rfloor \ge \gamma_{min})$$

- **Grande redução** do **custo computacional** – uso de interpoladores:





Algumas considerações sobre a nova abordagem proposta

- Uso **inédito** de **conceitos avançados** de **CQ** nos **critérios de qualidade** como **múltiplos *outliers*** e **poder do teste** para **múltiplas hipóteses alternativas**

- Uso **inédito** de **critério único** de **incerteza** com **precisão** e **tendência** (mesmo ***CL***)

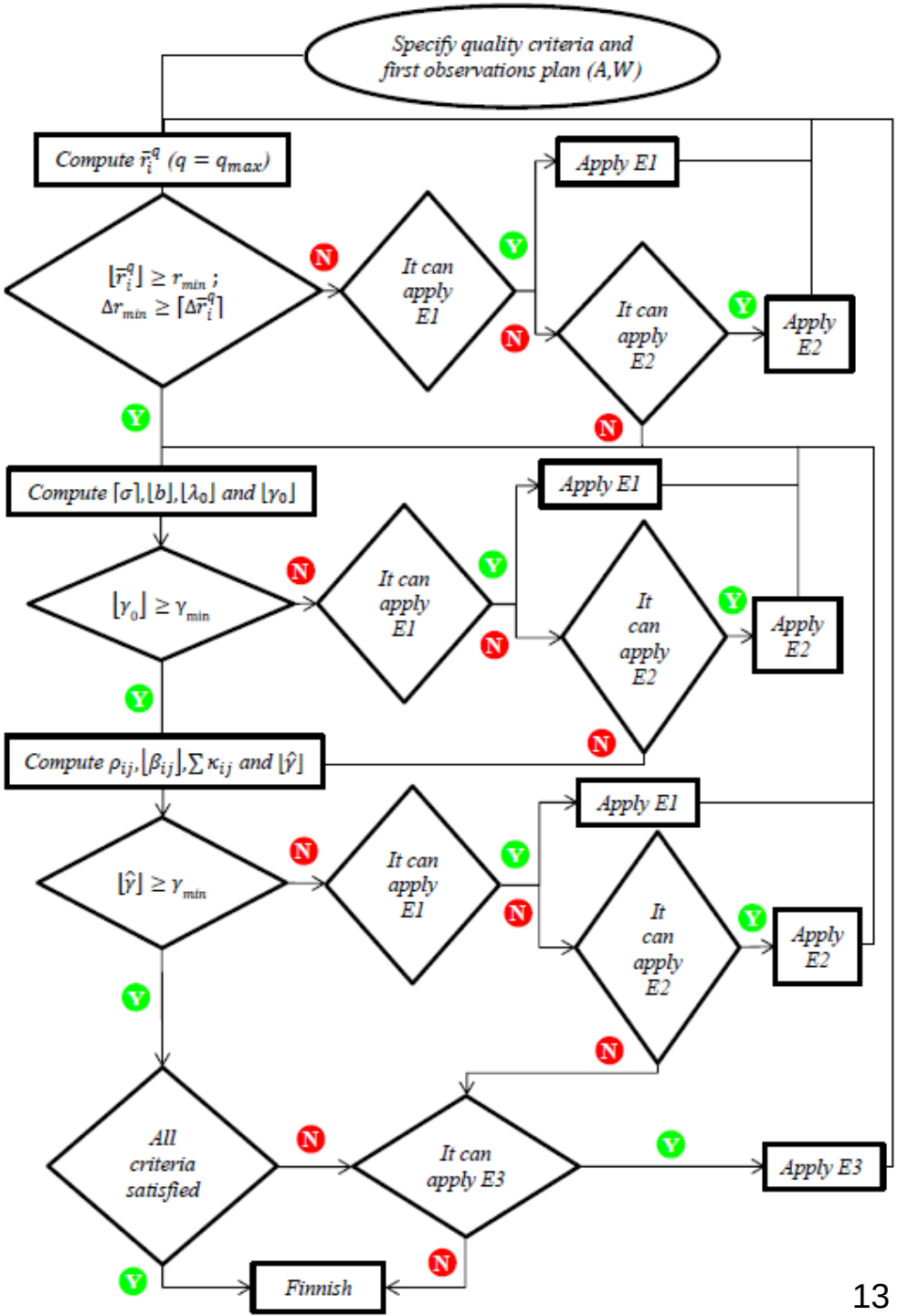
- **Nova relação** onde os **critérios** são **matematicamente dependentes**, ao **contrário** dos **métodos convencionais** (exemplo: alteração de $\lceil s \rceil$ altera até mesmo $\lfloor \gamma \rfloor$)

- **Conceitos** como **precisão** e **confiabilidade não são tratados separadamente**

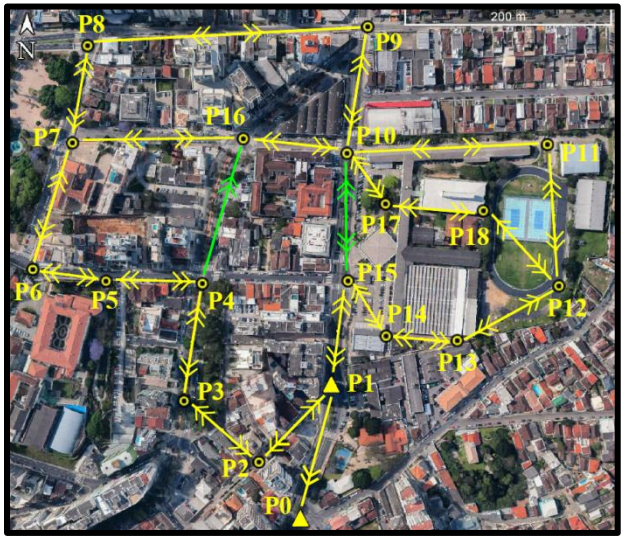
- **Ao contrário** dos **métodos convencionais**, o **poder do teste não é arbitrado**, mas sim **obtido em função da componente de tendência** da incerteza posicional

Exemplo de fluxograma para uma rede horizontal:

- Estratégias **de incremento da rede**, em **ordem crescente de custo**:
  - **E1 = aumentar série de leituras** conjugadas (direta e inversa);
  - **E2 = adicionar visada adicional** ao ponto de estação;
  - **E3 = troca de equipamento**
- Solução: **simulação numérica** para tomada de **decisões** ao **menor custo**



Exemplo numérico – Rede horizontal real do IFSC em Florianópolis/SC



Criterion	Value	Main reasons
$u_{\max}$	7 cm	$CL = 0.99$ and $q = 2$
q_{max}	2	$n < 250$
$r_{\min}$	0.35	$r_i^{q=2}$ values
$\Delta r_{\min}$	0.25	Diversified stochastic model
γ_{min}	0.85	Within range of usual values

Criterion	Stipulated	Obtained	Decision
$r_{\min}$	0.35	0.384	Approved
$\Delta r_{\min}$	0.25	0.235	Approved
γ_{min}	0.85	0.91	Approved
Uncertainties	**Sizes**	**Related network point**	
$\lceil s \rceil$	0.051 m	P8	
$\lfloor b \rfloor$	0.019 m	$(u_{max} = \lceil s \rceil + \lfloor b \rfloor = 7$ cm$)$	
Equipment	**Nominal standard deviations**		
EQ2	$\pm 5''$ and $\pm(2$ mm $+ 2$ ppm$)$		

- **Equipamentos disponíveis**: PN angular *± 7”, ± 5”* e *± 2”* (PN linear: *2 mm + 2 ppm*)
- **Projeto combinado**: alterações na matriz *design* (*A*) e/ou na matriz peso (*W*)
- **Melhor solução** dentre as $\binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3} = \mathbf{166}$ **combinações possíveis**
- **Análise complexa**: simulação numérica *vs.* tentativa e erro humana

Validação dos resultados obtidos: Experimentos por Monte-Carlo

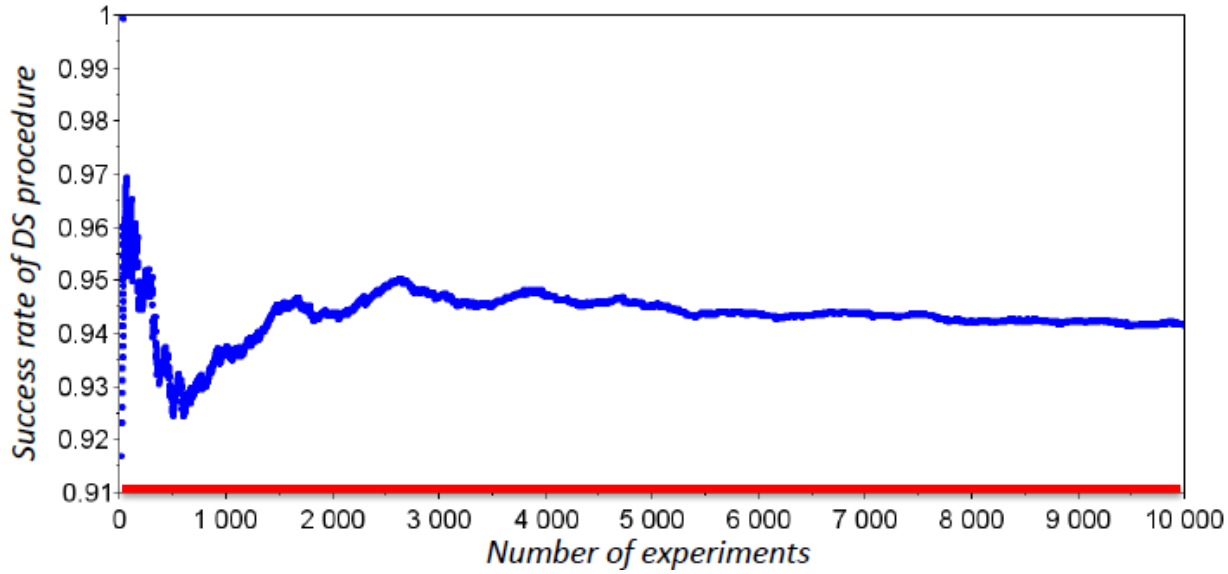
- Verificação do **poder do teste "real"** da rede (valor **mínimo** estimado: $\lfloor\gamma\rfloor = 0{,}91$):

Geração de **erro aleatório**

e **MDB** das observações:

$$|\nabla_i| = \sqrt{\frac{\lambda_0}{c_i^T W \Sigma_v W c_i}}$$

com $\lfloor\lambda_0\rfloor = 15{,}33$



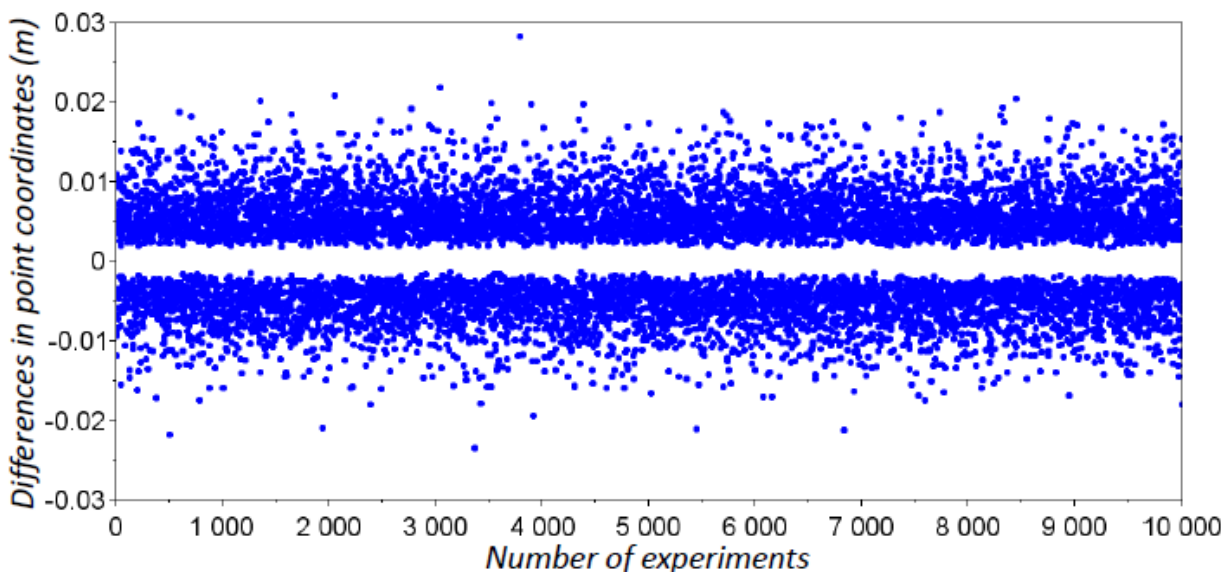
- Verificação da **incerteza "real"** da rede (valor **máximo** estipulado: $u_{max} = 7\ cm$):

Geração de **erro aleatório**

e **MDBs** das observações:

$$\left|\nabla_i^{c_j}\right| = \frac{|\nabla_i|}{\sqrt{1-\rho^2_{(c_i,c_j)}}}$$

com $q_{max} = 2$



Referências citadas

- Aydin C, Demirel H (2004) *Computation of baarda's lower bound of the non-centrality parameter*. **Journal of Geodesy** 78:437-441
- Even-Tzur G (2002) *GPS vector configuration design for monitoring deformation networks*. **Journal of Geodesy** 76:455-461
- Helmert FB (1868) ***Studien uber rationelle vermessungen im gebiete der hoheren geodasie...*** Leipzig, Druck von BG Teubner 1
- Klein I, Matsuoka M, Guzatto M, Nievinski F (2017) *An approach to identify multiple outliers based on sequential likelihood ratio tests*. **Survey Review** 49(357):449-457
- Knight NL, Wang J, Rizos C (2010) *Generalised measures of reliability for multiple outliers*. **Journal of Geodesy** 84:625-635
- Lehmann R, Voβ-Böhme A (2017) *On the statistical power of baarda's outlier test and some alternative*. **Journal of Geodetic Science** 7(1):68-78
- Kuang S (1991) **Optimization and design of deformation monitoring schemes**. PhD thesis, Fredericton: Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick
- Kuang S (1996) **Geodetic network analysis and optimal design: concepts and applications**. Ann Arbor Press Inc
- Seemkooei AA (2001a) *Comparison of reliability and geometrical strength criteria in geodetic networks*. **Journal of Geodesy** 75:227-233
- Seemkooei AA (2001b) *Strategy for designing geodetic network with high reliability and geometrical strength*. **Journal of Surveying Engineering** 127:104-117
- Seemkooei AA (2004) *A new method for second order design of geodetic networks: Aiming at high reliability*. **Survey Review** 37:552-560
- Seemkooei AA, Sharif MA (2004) *Approach for equivalent accuracy design of different types of observations*. **Journal of Surveying Engineering** 130:1-5
- Seemkooei AA, Asgari J, Zangeneh-Nejad F, Zaminpardaz S (2012) *Basic concepts of optimization and design of geodetic networks*. **Journal of Surveying Engineering** 138:172-183
- Vanícek P, Krakiwsky EJ, Craymer MR, Gao Y, Ong PJ (1990) **Robustness analysis. Department of Surveying Engineering**, University of New Brunswick, Frederiction
- Vanícek P, Ong PJ, Krakiwsky EJ, Craymer MR (1996) **Application of robustness analysis to large geodetic networks**. Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Frederiction
- Yang L et al. (2013) *Outlier separability analysis with a multiple alternative hypotheses test*. **Journal of Geodesy** 87:591-604

X COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS

UFPR - Departamento de Geomática
Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas

UFPR

UFRGS

UNISINOS

Muito obrigado pela atenção!

ivandroklein@gmail.com

PPGCG

AGRIMENSURA
INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

UFU Universidade Federal de Uberlândia

Agradecimentos:

CNPq
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

CAPES